**Prof. Dr. Alfred Toth**

# **Peircesche AFA-Semiotik auf der Basis surrealer Zahlen**

1. Wir versuchen hier, wie bereits in Toth (2011), eine Semiotik mit Antifundierungsaxiom, jedoch diesmal mit Hilfe der von Conway und Guy (1996, S. 283 ff.) eingeführten surrealen Zahlen einzuführen. Da jede surreale Zahl auf verschiedene Weisen definiert werden kann, setzen wir fest:

$1 := \{0 \mid \}$

$2 := \{1 \mid \}$

$3 := \{2 \mid \}$

<u>Anmerkung</u>: Wir setzen hier also die Nullheit voraus, wobei wir uns auf Bense (1975, S. 65 ff.) und in seiner Nachfolge auf einige Arbeiten Stiebings berufen. Wir tun dies deshalb, weil wir damit eine gewisse Symmetrie in die Definition der drei Fundamentalkategorien als surreale Zahlen bringen (sie stehen alle rechts vom Strich, der den Unterschied markiert). Natürlich kann man aber auch z.B. $1 := \{ \mid 2\}$ definieren, d.h. durch die Leerheit links des Unterschieds.

2. $ZR = (\{0 \mid \}, \{1 \mid \}, \{2 \mid \})$

Nun ist

$\{0 \mid \} = \{0 \mid \}$

$\{1 \mid \} = (\{0 \mid \} \rightarrow \{1 \mid \})$

$\{2 \mid \} = (\{1 \mid \} \rightarrow \{2 \mid \})$,

also

$ZR = (\{0 \mid \}, ((\{0 \mid \} \rightarrow \{1 \mid \}), (\{1 \mid \} \rightarrow \{2 \mid \})))$.

Es ist aber auch

$(\{1 \mid \} \rightarrow \{2 \mid \}) = ((\{0 \mid \} \rightarrow \{1 \mid \}), (\{1 \mid \} \rightarrow \{2 \mid \})) = (\{0 \mid \} \rightarrow \{1 \mid \} \rightarrow \{2 \mid \})$, damit haben wir

ZR = ({0 | }, (({0 | }→{1 | }), ({0 | }→{1 | }→{2 | }))).

Da ({0 | }→{1 | }→{2 | }) = ZR,

gilt in Sonderheit

ZR = ({0 | }, (({0 | }→{1 | }), ZR)),

d.h. ZR ⊂ ZR.

Hieraus folgt

({0 | }, {1 | }, {2 | }) ⊂ ({0 | }, {1 | }, {2 | })

und speziell

{0 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ ({0 | }→{1 | }→{2 | })

{1 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ ({0 | }→{1 | }→{2 | })

{0 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ {2 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }→{2 | })

{1 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ {2 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }→{2 | })

und wegen {2 | } = ({0 | }→{1 | }→{2 | })

{0 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ {2 | }

{1 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ {2 | }

sowie wegen ({0 | }→{1 | }→{2 | }) = ZR

{0 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ ZR

{1 | } ⊂ ({0 | }→{1 | }) ⊂ ZR.

und somit

{0 | } ⊂ {1 | }.

Damit kann man getrost die Morphismen durch die Inklusionen ersetzten. Sämtliche semiotischen Abbildungen sind damit Morphismen. Ferner ist jede

Kategorie der Stufe (n-1) eine Abkürzung für ((n-1) ⊂ n). Das ist nichts anderes als Benses Definition der Subzeichen in ihrer Janusgesichtigkeit zwischen statischen „Momenten“ und dynamischen „Semiosen“.

2. Gehen wir also wieder aus von

1. ZR = ({0 | }, {1 | }, {2 | }),

dann können wir streng rekursiv verschiedene Mirimanoff-Serien konstruieren, z.B. durch {2 | } → ({0 | }, {1 | }, {2 | }) (mit Numerierung der Stufen):

2. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | }))

3. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | })))

4. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | }))))

5. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | })))))

6. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | }))))))

7. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | })))))))

8. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | }))))))))

9. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | })))))))))

10. 9. ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, ({0 | }, {1 | }, {2 | }))))))))))

...

oder durch {1 | } → ({1 | }, {2 | }) und {2 | } → ({0 | } ,{1 | }, {2 | })

2. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | }))

3. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | })))

4. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | }))))

5. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | })))))

6. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | }))))))

7. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | })))))))

8. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | }))))))))

9. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | })))))))))

10. 9. ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), ({0 | }, ({1 | }, {2 | }), {2 | }))))))))))

…

## Bibliographie

Conway, John Horton/Richard K. Guy, the Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Droste-Effekt bei präsuppositiven Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

21.2.2011